# LUCRAREA 18

## FIABILITATEA RULMENȚILOR.
## DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A DURABILITĂȚII $L_{10m}$

### 1. Scopul lucrării

Prezentarea caracterului stochastic al durabilității rulmenților. Metodica încercărilor de durabilitate la rulmenți.

### 2. Elemente teoretice

#### *2.1. Modelarea Weibull*

Pentru cazul rulmenților, Waloddi Weibull, [1] a adăugat la teoria rezistenței la oboseală încă două influențe: nivelul tensiunii $\tau$ şi volumul $V$ de material tensionat, exprimând probabilitatea de supraviețuire $S$ în forma dată de relația:

$$\ln\left(\frac{1}{S(L)}\right) \sim \tau^{c} \cdot L^{e} \cdot V \qquad (1)$$

#### *2.2. Modelul Lundberg şi Palmgren*

Teoria de oboseală formulată de W. Weibull a fost utilizată de Lundberg şi Palmgren, [2], [3], la prelucrarea unui volum imens de rezultate experimentale furnizate de un program extins de încercări de oboseală de contact realizate de firma SKF. Lundberg şi Palmgren au luat în considerare tensiunea tangențială ortogonală în lungul direcției de rostogolire $\tau_{yz}$, creată de încărcarea normală la suprafață, ca tensiune decisivă pentru oboseala contactului cu rostogolire. Pentru un punct din materialul tensionat tensiunea $\tau_{yz}$ are o evoluție alternant simetrică în timp (figura 1, [4]), evoluție recunoscută ca fiind cea mai periculoasă pentru fenomenul de oboseală.

În materialul elementelor de rulmenți pot exista impurități nemetalice (oxizi, sulfuri) provenite din elaborarea oțelului, sau defecte sub forma de modificări structurale (benzi albe, fluturaşi). Prezența acestor defecte determină o concentrare locală a tensiunilor motiv pentru care punctele respective sunt numite puncte slabe. Aceste puncte slabe sunt distribuite aleator pretutindeni în materialul rulmentului.

Modelul Lundberg şi Palmgren admite ipoteza prin care inițierea fisurii de oboseală are loc în zona unui punct slab aflat la adâncimea $z_0$ sub

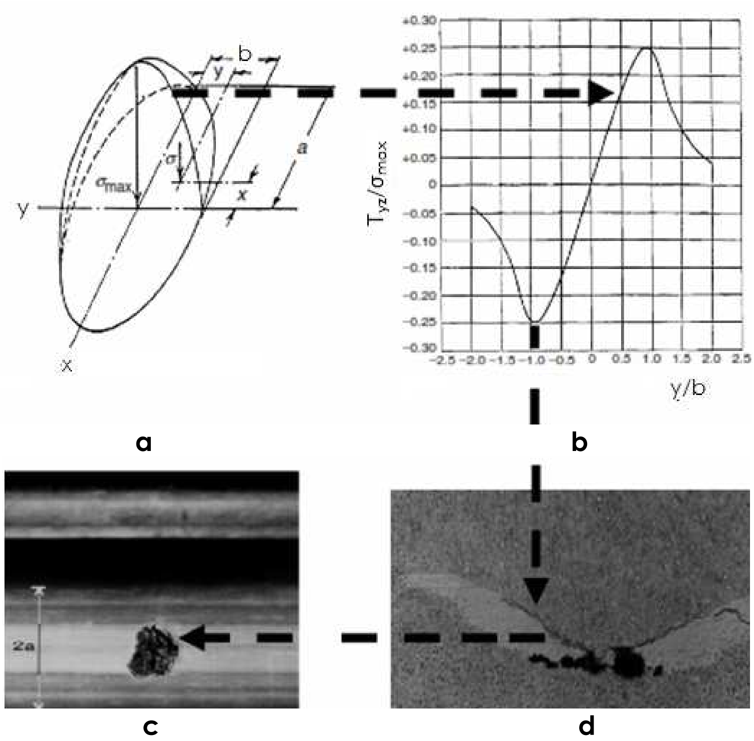



**Fig. 1** *Modelul Lundberg-Palmgren*
*a – distribuția ciclică a presiunii Hertziene, b – tensiunea tangențială ortogonală alternant simetrică, c – fisura sub suprafață într-un punct slab al materialului (formă de fluture), d – ciupitură (pitting) pe suprafața căii de rulare*

suprafața de contact unde tensiunea tangențială ortogonală alternantă $\tau_{yz}$ atinge valoarea maximă $\tau_0$.

$$\ln\left(\frac{1}{S(L)}\right) = \frac{\tau_0^c \cdot L^e}{z_0^h} \cdot V = \frac{\tau_0^c \cdot L^e}{z_0^{h-1}} \cdot a \cdot l \tag{2}$$

unde volumul de material semnificativ tensionat a fost: $V = a \cdot l \cdot z_0$, în care $a$ este lungimea axei mari a elipsei de contact şi $l$ este lungimea semiaxei mari a ariei eliptice de contact, figura 2.

Exponenții din ecuația (2) sunt prezentați în tabelul 1 aşa cum au fost determinați de Lundberg şi Palmgren, [2], [3], pentru rulmenți confecționați din oțelul de rulmenți cu 1% C şi 1,6% Cr. Pentru oțelurile de rulmenți utilizate obişnuit exponentul *e* este între 1,1 şi 1,5, în timp ce pentru oțelurile moderne (retopite în vid şi de înaltă puritate) au fost găsite valori pentru *e* de la 0,7 la 3,5, [5].

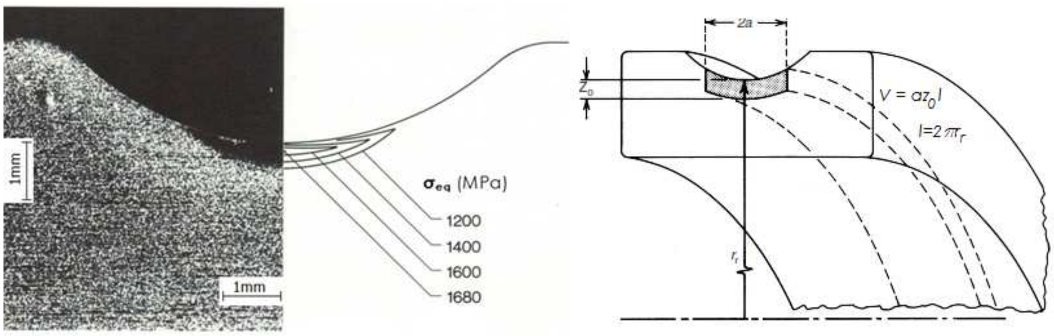



**Fig. 2** *Distribuția pe adâncime a tensiunii von Mises şi materialul semnificativ modificat structural*

**Tabelul 1** *Valorile exponenților din relația fiabilității rulmenților*

| *Tipul rulmentului* | e | c | h |
|---|---|---|---|
| Rulmenți cu contact punctual | 10/9 | 31/3 | 7/3 |
| Rulmenți cu contact liniar | 9/8 | 31/3 | 7/3 |

### *2.3. Modelul Ioannides–Harris*

În 1985 E. Ioannides şi T. A. Harris, [6] adaugă trei *îmbunătățiri la modelul clasic* Lundberg şi Palmgren asupra oboselii contactului cu rostogolire:

i. înlocuirea tensiunii tangențiale ortogonale $\tau_{yz}$ cu tensiunea echivalentă von Mises $\sigma_{eq}$ ;
ii. existența unui prag de tensiune $\sigma_U$ sub care nu există defectare;
iii. considerarea materialului tensionat ca o sumă de volume elementare fiecare cu probabilitatea lui proprie de deteriorare, astfel încât, conform legilor probabilității, riscul total se obține prin integrare:

$$\ln\left(\frac{1}{S(L)}\right) = A \cdot L^e \cdot \int_V \frac{(\sigma - \sigma_U)^c}{z^h} \cdot dV\,, \qquad \sigma > \sigma_U \qquad (3)$$

Formularea analitică generală pentru durabilitatea rulmenților prezentată de Ioannides et al. în 1999, [7], este considerată în standardele internaționale ISO 281-2007, [8] şi ISO 16281-2008, [9] şi în stabilirea datelor de catalog ale producătorilor de rulmenți, [5].

### *2.4. Sarcina dinamică de bază a unui element de rostogolire*

Pentru orice material elastic supus la solicitare de contact concentrat, aria de contact, distribuția de presiune şi componentele tensorului tensiune pot fi exprimate ca funcții de sarcina de contact $Q$, geometria suprafețelor în contact exprimată de suma curburilor $\Sigma\rho$ şi funcția curburilor $F(\rho)$ şi de constantele elastice $E$ şi $\nu$ ale materialelor, [4]:

$$a = f_1[Q,\Sigma(\rho),F(\rho),E,\nu]; \qquad \tau_0 = f_2[Q,\Sigma(\rho),F(\rho),E,\nu]; \qquad z_0 = f_3[Q,\Sigma(\rho),F(\rho),E,\nu]$$

Astfel ecuația (2) devine:

$$ln\left[\frac{1}{S(L)}\right] = f[\Sigma(\rho),F(\rho),E,\nu,l]\cdot L^{e}\cdot Q^{\frac{c-h+2}{3}} \tag{4}$$

care permite separarea sarcinii $Q$:

$$Q\cdot L^{3\cdot e/(c-h+2)} = A\cdot\Phi[\Sigma(\rho),F(\rho),E,\nu,l,S(L)] \tag{5}$$

Relația (4) arată dependența durabilității $L$ de următorii parametri: încărcarea exterioară $Q$, geometria suprafețelor în contact (prin funcțiile $\Sigma\rho$ şi $F(\rho)$), proprietățile materialului (constantele elastice $E$, $\nu$ şi factorul de material $A$) şi *fiabilitatea impusă* $S(L)$.

Pentru o fiabilitate (probabilitate de supraviețuire) $S =$ 0,9, sarcina dinamică de bază $Q_C$ a elementului de rostogolire (cale de rulare) este definită ca sarcina pe care elementul o va suporta un milion de rotații. Pentru obținerea lui $Q_C$ în ecuația (4) trebuie considerat $S =$ 0,9 şi $L = 1$:

$$Q_C = A\cdot\Phi[\Sigma(\rho),F(\rho),E,\nu,l,S(L)=0,9] \tag{6}$$

Este important de notat că sarcina dinamică de bază se poate evalua numeric atât timp cât geometria de contact, definită de $\Sigma\rho$ şi $F(\rho)$, şi parametrul de material $A$ sunt cunoscute.

Pentru aceeaşi fiabilitate $S =$ 0,9, dar o durabilitate diferită $L$, rezultă din ecuațiile (4) şi (5):

$$Q\cdot L^{3\cdot e/(c-h+2)} = Q_C \qquad \Rightarrow \qquad L = \left(\frac{Q_C}{Q}\right)^{\frac{c-h+2}{3\cdot e}} \tag{7}$$

Dacă se înlocuiesc exponenții $c$, $h$ şi $e$ cu valorile din tabelul 1, avem:

$$L = \left(\frac{Q_c}{Q}\right)^3 \tag{8}$$

Ecuaţia (8) permite calculul, în milioane de rotaţii, a durabilităţii unei căi de rulare supusă la sarcină normală $Q$.
Deoarece sarcina dinamică de bază $Q_C$ a fost definită pentru fiabilitate $S =$ 0,9 echivalentă cu o probabilitate de defectare $F = 0{,}1$, durabilitatea astfel calculată este notată $L_{10}$.

### *2.5. Sarcina dinamică de bază a unui rulment*

Faţă de cazul simplu al unui singur contact cu rostogolire, prezentat la punctul 2.3. rulmenţii prezintă două *particularităţi semnificative*:

1 – în rulment există o multitudine de elemente solicitate aflate simultan în contact cu rostogolire; obişnuit există două inele cu câte o cale de rulare şi $Z$ corpuri de rostogolire. Conform legii produsului probabilităţilor fiabilitatea rulmentului este determinată de produsul fiabilităţilor individuale:

$$S_{rulment} = S_{cii} \cdot S_{cie} \cdot S_1 \cdot \ldots \cdot S_z \tag{9}$$

Practica industrială şi încercările de laborator au arătat că fiabilitatea corpurilor de rostogolire este mult mai mare decât a căilor de rulare astfel încât se poate admite $S_1=S_2=\ldots=S_Z=1$ şi

$$S_{rulment} = S_{cii} \cdot S_{cie} \tag{10}$$

2 – sarcina care acţionează pe cele două căi de rulare nu mai este constantă ci are o distribuţie între zero şi o valoare maximă $Q_{max}$

$$Q_{\max} = \frac{F_r}{Z \cdot J_r \cdot \cos(\alpha)} \tag{11}$$

unde: $\alpha$ – unghiul de contact intern, iar $J_r$ – integrala radială de sarcina dependentă de valoarea jocului intern, [10], [11].

Sarcina cu amplitudinea variabilă este înlocuită, pentru fiecare inel, cu câte o sarcină echivalentă cu amplitudine constantă:

$$Q_{eq\text{-}i} = Q_{max} J_i, \qquad Q_{eq\text{-}e} = Q_{max} J_e \tag{12}$$

unde integralele $J_i$ şi $J_e$ sunt de asemenea dependente de jocul intern.

Considerând cele două particularităţi se determină relaţiile analitice de calcul a sarcinii dinamice de bază a fiecărei căi de rulare şi apoi sarcina dinamică de bază a fiecărui rulment, [10]. Pentru fiecare tip de rulment relaţiile de calcul sunt precizate în standardul internaţional ISO 281-2007, [8]. Pentru fiecare tip şi dimensiune de rulment, cataloagele de rulmenţi [5], conţin obligatoriu, alături dimensiunile de gabarit, şi valoarea sarcinii dinamice de bază, *C*.

### 2.6. *Durabilitatea de bază $L_{10}$*

Majoritatea aplicaţiilor cu rulmenţi necesită o *durabilitate* $L$ atunci când rulmentul funcţionează în condiţii caracterizate de sarcina $Q$, turaţia $n$, regim de ungere, etc. *Sarcina dinamică de bază* C este utilizată pentru determinarea durabilităţii de bază $L_{10}$:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{Q}\right)^p \qquad (13)$$

unde exponentul $p$ depinde de natura contactului pe căile de rulare.

### 2.7. *Durabilitatea de bază modificată $L_{10m}$*

Standardul internaţional ISO 281-2008, [8], defineşte durabilitatea de bază modificată $L_{10m}$ prin corijarea durabilităţii de bază cu doi factori, $a_1$ şi $a_{ISO}$:

$$L_{10m} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot \left(\frac{C}{Q}\right)^p \qquad (14)$$

Factorul $a_1$ are valori în funcţie de nivelul de fiabilitate admis: $a_1$ = 1 pentru $S$ = 0,9, $a_1$ = 0,64 pentru $S$ = 0,95, $a_1$ = 0, 077 pentru $S$ = 0,9995.
Factorul $a_{ISO}$ consideră calitatea lubrifierii şi nivelul de contaminare, [8].

Pentru condiţii corecte de montaj şi exploatare, valoarea $L_{10m}$ astfel determinată va fi atinsă şi depăşită în 90% din cazuri, dar în 10% din cazuri rulmenţii nu vor atinge durabilitatea de bază $L_{10}$. *Nu se poate stabili prin calcul care va fi durabilitatea efectivă a unui rulment!*

### 2.8. *Dispersia durabilităţilor rulmenţilor.*

Distrugerile altele decât cele cauzate de oboseala de contact sunt considerate că pot fi evitate dacă rulmentul a fost corect proiectat, fabricat, montat, lubrifiat şi nu a fost supraîncărcat.

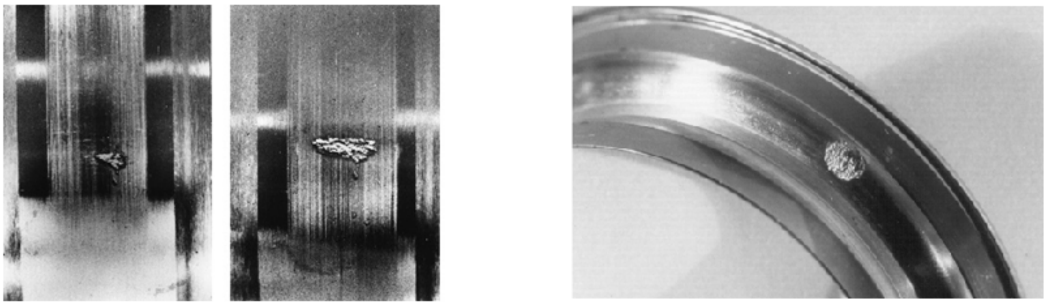


**Fig. 3** *Oboseala de contact evidențiată pe suprafețe la rulmenți*

Standardele internaționale ISO 281-2007 şi ISO/TS 16281-2008, [8], [9], estimează durabilitatea rulmenților pe baza inițierii sub suprafață a fenomenului de oboseală la contactul cu rostogolire. Aceste standarde includ factori de corecție care consideră posibilitatea inițierii pe suprafața de contact a fisurii de oboseală.

*Durabilitatea rulmentului* este definită ca durata sau numărul de rotații până la apariția unei urme de oboseală de mărime specifică (6 $mm^2$) cum evidențiază figura 3.

Dacă un număr aparent identic de rulmenți sunt testați la durabilitate în condiții identice de funcționare (încărcare, turație, ungere, temperatură, nivel de contaminanți) rezultă o *dispersie a durabilităților* rulmenților. Durabilitatea $L_{10}$ este valoarea pe care 90% din rulmenți au depăşit-o fără ca aria de exfoliere (spalling) să atingă criteriul mărimii definite. În acelaşi timp durabilitatea $L_{10}$ semnifică faptul că 10% din rulmenții testați au prezentat durabilități inferioare valorii $L_{10}$.

Pentru orice lot de *n* rulmenți identici supus unui test de durabilitate sunt valabile următoarele:

i. nu este posibilă evaluarea prealabilă a durabilității efective pentru nici un rulment al lotului;
ii. după efectuarea testului, dispersia calculată ca raport între valorile extreme ale durabilităților este uzual mai mare decât 20;
iii. după efectuarea testului 90% din rulmenți au durabilități mai mari decât $L_{10}$ în timp ce 10% din rulmenți nu ating valoarea $L_{10}$.

În figurile 4 şi 5 sunt exemplificate curbele distribuției densității de probabilitate a durabilităților pentru un număr de 100 de rulmenți cu role conice, respectiv distribuția probabilității cumulate a durabilităților funcție de probabilitatea de deteriorare, [12].

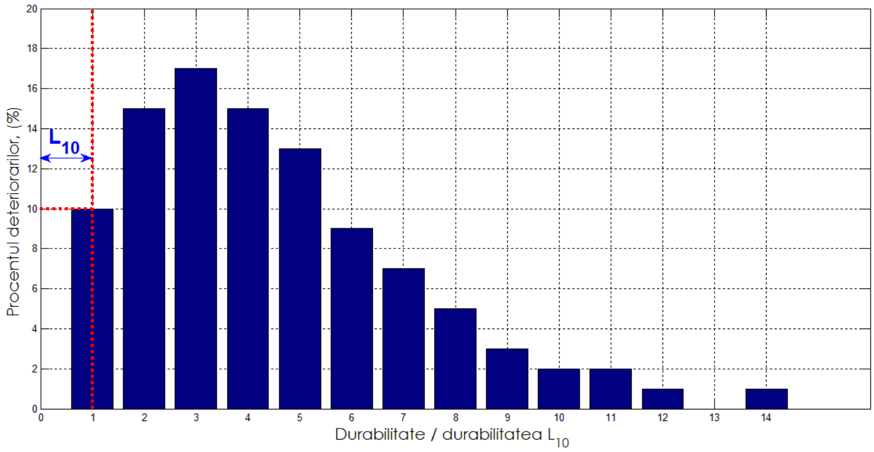



**Fig. 4** *Distribuția densității de probabilitate a durabilităților*

### *2.9. Funcția Weibull densitate de probabilitate a durabilității rulmenților*

Waloddi Weibull a modelat dispersia durabilităților unui lot de rulmenți identici prin corelarea probabilității de supraviețuire *S* cu durabilitatea *L*, aceasta fiind tratată ca variabilă aleatoare (vezi: Lucrarea 4 „*Oboseala de contact. Funcția de repartiție Weibull*”, relația (2)):

$$\ln\ln\left(\frac{1}{1-F(L)}\right) = e \cdot \ln\left(\frac{L}{L_\beta}\right) \tag{15}$$

Într-un grafic ce are în abscisă ln*(L)* şi în ordonată lnln*(1/1-F(L)* ultima ecuație reprezintă o dreaptă (figura 6) cu parametrul e drept pantă (*panta Weibull*). Valoarea pantei e este o măsură a dispersiei durabilității rulmenților, valorile mici ale lui e indicând dispersii mari.

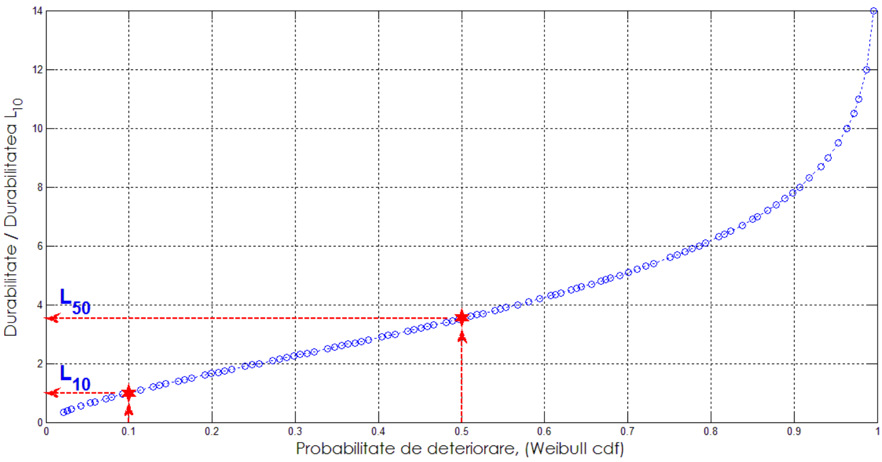



**Fig. 5** *Distribuția cumulată a durabilităților*

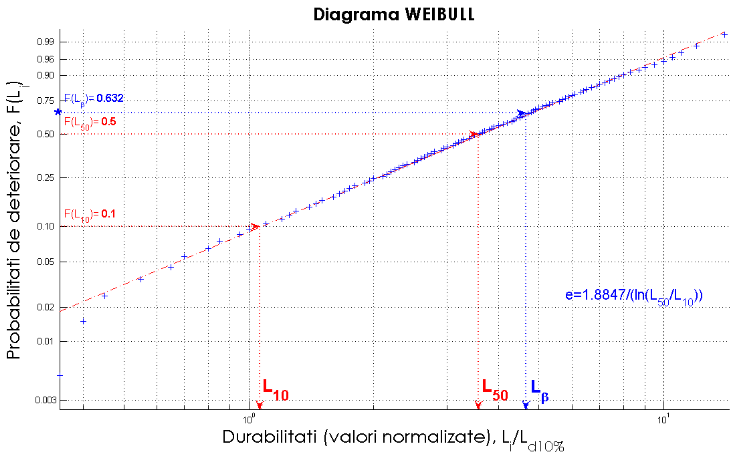



**Fig. 6** *Diagrama Weibull durabilitate – probabilitate de deteriorare*

## 3. Instalația experimentală şi metodica încercărilor de durabilitate

### *3.1. Standul de încercat rulmenți la durabilitate*

Încercările de durabilitate ale rulmenților se realizează pe linii de încercat ce conțin un număr de standuri de construcție identică dispuse ca în figura 7, pe care se montează câte doi rulmenți selectați din loturi de rulmenți identici. Standurile S1–S6 sunt aşezate pe blocuri de beton B1–B6 care asigură rigidizarea în vederea eliminării vibrațiilor perturbatorii externe.

*Standul de încercare* utilizat este schematizat în figura 8.

Pe arborele standului de încercare sunt montați echidistant 4 rulmenți de încercat, figura 8. Inelele exterioare ale rulmenților de pe capete sunt montate în bucşe fixate în alezajele carcasei, în timp ce inelele exterioare ale celor doi rulmenți mediani sunt montate în bucşa ce primeşte încărcarea radială corespunzătoare pentru doi rulmenți, figura 8.

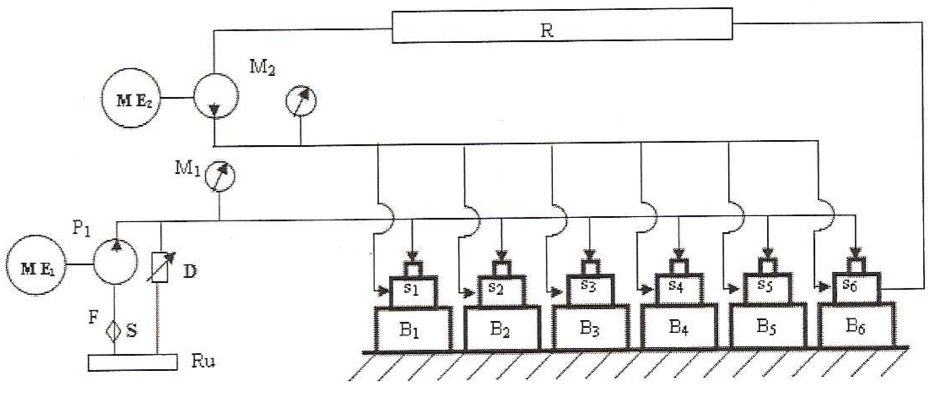



**Fig. 7** *Schema liniei de încercare la durabilitate*

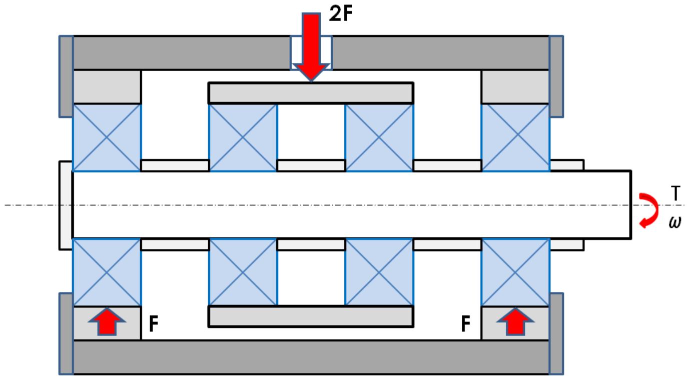



**Fig. 8** *Schema de montare şi încărcare a rulmenților*

*Arborele este antrenat în mişcare de rotație* prin intermediul unui cuplaj de la un electromotor asincron trifazat cu rotorul în scurtcircuit şi având turația nominală de 2880 rot/min.

*Sistemul de încărcare* este hidrostatic, fiind realizat centralizat pentru toate maşinile liniei de încercare, figura 7.

*Ungerea rulmenților* de încercat este realizată prin baia de ulei proprie fiecărui stand. Pentru fiecare stand *răcirea corpului şi a bucşei intermediare* se face cu apă, răcită în exterior.

*Aprecierea temperaturii* în timpul funcționării standului este realizată prin intermediul unor termocuple montate în baia de ulei.

Prin montarea unui *traductor de vibrații pe fiecare stand* şi conectarea acestora la un sistem centralizat de monitorizare se realizează o apreciere obiectivă a momentului apariției pitting-ului. Modificarea bruscă a conținutului în frecvență şi a amplitudinii zgomotului ce însoțeşte funcționarea unui stand este o indicație sigură privind apariția pe una din căile de rulare a unei deteriorări.

### *3.2. Efectuarea încercărilor*

În funcție de durată încercările de durabilitate pot fi:

i. *încercări complete* – testul continuă până la distrugerea ultimului rulment din lot;
ii. *încercări trunchiate şi cenzurate* – încercările se opresc la deteriorarea unui anumit număr *r* de rulmenți, ($r < n$).

Se asigură aceleaşi condiții de încercare: turație, forță radială, lubrificație, temperatură, pentru toți rulmenții lotului.

Se înregistrează numărul de ore după care a apărut deteriorarea prin oboseală de contact, figura 9, pentru fiecare rulment. Orice rulment deteriorat este înlocuit cu un rulment nou care însă nu mai este considerat în continuare ca făcând parte din lotul inițial supus încercării.



**a** - *Inel interior, rulment radial cu bile*



**b** - *Inel interior, rulment radial cu bile*



**c** - *Inel interior, rulment radial oscilant cu role butoi*



**d** - *Inel interior, rulment radial cu role cilindrice*

**Fig. 9** *Deteriorări prin oboseală de contact la căile de rulare ale rulmenților radiali*

### 4. Prelucrarea şi interpretarea rezultatelor experimentale

Rezultatele experimentale sunt reprezentate de numărul de ore $h_i$ de funcționare până la deteriorare prin fenomen de oboseală de contact, a fiecărui rulment din lot.

a) Se ordonează crescător şirul durabilităților rulmenților din lotul încercat.

b) Se determină durabilitățile în milioane de rotații,

$$L_i = \frac{60 \cdot n \cdot h_i}{10^6} \tag{16}$$

unde $n$ este turația de funcționare, iar $i$ reprezintă numărul de ordine al rulmentului.

c) Pentru fiecare rulment $i$ din vectorul durabilităților $L_i$ se calculează probabilitatea de deteriorare:

$$P(i) = \frac{i - 0{,}3}{n_r + 0{,}4} \tag{17}$$

unde $n_r$ este numărul total de rulmenți din lotul încercat, Tabelul 2.

**Tabelul 2** *Vectorii durabilităţilor şi probabilităţilor de deteriorare*

| ***i*** | 1 | 2 | 3 | . | . | . | . | . | *r*-1 | *r* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_i$ (10$^6$ rotaţii) | | | | | | | | | | |
| ***P(i)*** | | | | | | | | | | |

d) Folosind softul MATLAB se trasează *diagrama Weibull* în coordonate durabilitate $L_i$ – probabilitate de deteriorare *P(i)*.
e) Din reprezentarea grafică se determină durabilitatea $L_{10m}$ corespunzătoare probabilităţii de deteriorare $P = 0{,}1$.
f) Folosind relaţia (13) se calculează sarcina dinamică de bază $C$; exponentul $p$ este funcţie de tipul rulmentului (3 – rulmenţi cu bile, 10/3 – rulmenţi cu role) şi sarcina dinamică echivalentă este :

$$Q = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \tag{18}$$

Pentru rulmenţii radiali supuşi la o încărcare pur radială, $F_a = 0$ şi $X = 1$.
Valorile pentru factorii de corecţie $a_1$ şi $a_{ISO}$ se determină conform ISO 281-2007, [8].

**Bibliografie**


1. Weibull, W, 1951, *A statistical distribution function of large applicability,* ASME Journal of Applied Mechanics, pp. 293-297.
2. Lundberg, G., Palmgren, A., 1947, *Dynamic capacity of rolling bearings,* Acta Polytechnica - Mechanical Engineering Series, 1, No. 3, pp. 1–52.
3. Lundberg, G., Palmgren A., 1952, *Dynamic capacity of roller bearings*, Acta Polytechnica- Mechanical Engineering Series, 2, No. 4, pp. 92-127.
4. Creţu, S., 2009, *Contactul concentrat elastic-plastic*, Editura Polytehnium, Iaşi.
5. SKF Group, 2008, *General Catalogue*.
6. Ioannides, E., Harris, T., 1985, *A new fatigue life model for rolling bearings*, ASME Journal of Tribology, 107, pp. 367- 377.
7. Ioannides, E., Bergling, G., Gabelli, A., 1999, *An analytical formulation for the life of rolling bearings, Acta Polytechnica Scandinavica*, 137, pp. 1-80.
8. ISO 281, 2007, *Rolling Bearings – dynamic load rating and rating life*.
9. ISO/TS 16281, 2008, *Rolling Bearings – Methods of calculating the modified reference rolling life for universally loaded bearings*.
10. Gafiţanu, M., Năstase, D., Creţu, S., Olaru, D., 1985, *Rulmenţi – proiectare şi tehnologie*, Editura Tehnică, Bucureşti.
11. Pop, D., Tudose, L., Haragaş, S., 2006, *Lagăre cu rulmenţi – proiectare*, Editura Todesco, Cluj-Napoca.
12. http://www.maintenanceworld.com/Articles/timken/calculatebearing.html#basis.